铜仁一中高二年级防疫期间“停课不停学”网上第五次周考
数学（理科）试卷

命题人：史文照 杨绍华

考试时间：120 分钟　总分：150

班级：_____　姓名：_____　成绩：_____

第 I 卷（选择题）

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1．要证明 $\sqrt{8}-\sqrt{5}<\sqrt{10}-\sqrt{7}$，可选择的方法有以下几种，其中最合理的是（　　）．

A．综合法　　B．分析法　　C．比较法　　D．归纳法

2．曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点$(\pi,-1)$处的切线方程为（　　）．

A．$x-y-\pi-1=0$　　B．$2x-y-2\pi-1=0$

C．$2x+y-2\pi+1=0$　　D．$x+y-\pi+1=0$

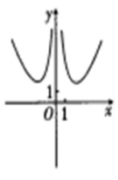
3．下面用“三段论”形式写出的演绎推理：因为指数函数 $y=a^x\left(a>0,a\neq1\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是增函数，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 是指数函数，所以 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是增函数，该结论显然是错误的，其原因是（　）．

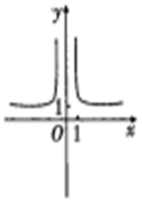
A．大前提错误　　B．小前提错误　　C．推理形式错误　　D．以上都可能

4．定积分 $\int_0^{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2-x^2}-x\right)dx=$（　　）．

A．$2\pi-1$　　B．$\pi-1$　　C．$\frac{\pi}{2}-1$　　D．$\frac{\pi}{4}-1$

5．函数 $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{x^3}$ 的图象大致为（　　）．

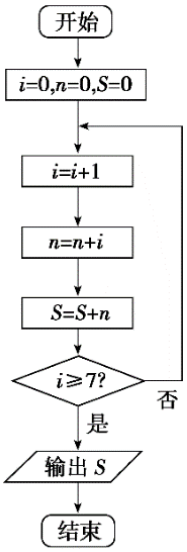
A．

B．

C．

D．

6．程大位是明代著名数学家，他的《新编直指算法统宗》是中国历史上一部影响巨大的著作．卷八中第 33 问：“今有三角果一垛，底阔每面七个．问该若干？”如图是解决该问题的程序框图．执行该程序框图，求得该垛果子的总数 S 为（　　）．



A．120　　B．84　　C．56　　D．28

7．用数学归纳法证明$1+2+3+\cdots+n^2=\frac{n^4+n^2}{2}$，则当$n=k+1$时，左端应在$n=k$的基础上加上（　　）．

A．k^2+1　　B．$(k+1)^2$

C．$(k^2+1)+(k^2+2)+\cdots+(k+1)^2$　　D．$\frac{(k+1)^4+(k+1)^2}{2}$

8．已知原点O，F分别为抛物线$C:y^2=4x$的顶点和焦点，斜率为1的直线l经过点F与抛物线C交于A，B两点，连接AO，BO并延长分别交抛物线的准线于点P，Q，则$|BP|+|AQ|=$（　　）

A．7　　B．8　　C．10　　D．12

9．已知三棱锥$A-BCD$的四个顶点A,B,C,D都在球O的表面上，$BC\perp CD, AC\perp$平面BCD，且$AC=2\sqrt{2}, BC=CD=2$，则球O的表面积为（　　）．

A．4π　　B．8π　　C．$2\sqrt{2}\pi$　　D．16π

10．4个孩子在黄老师的后院玩球，突然传来一阵打碎玻璃的响声，黄老师跑去察看，发现一扇窗户玻璃被打破了，老师问："谁打破的？"宝宝说："是可可打破的．"可可说："是毛毛打破的．"毛毛说："可可说谎．"多多说："我没有打破窗子．"如果只有一个小孩说的是实话，那么打碎玻璃的是（　　）

A．多多　　B．可可　　C．宝宝　　D．毛毛

11．我国古代数学名著《九章算术》中"开立圆术"曰:置积尺数,以十六乘之,九而一,所得开立方除之,即立圆径."开立圆术"相当于给出了已知球的体积V,求其直径d的一个近似公式$d\approx\sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$,人们还用过一些类似的近似公式,根据$\pi\approx3.14159\cdots$判断,下列近似公式中最精确的一个是（　　）．

A．$d\approx\sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$　　B．$d\approx\sqrt[3]{\frac{21}{11}V}$　　C．$d\approx\sqrt[3]{\frac{300}{157}V}$　　D．$d\approx\sqrt[3]{2V}$

12．设函数$f(x)=e^x+x-2$，$g(x)=\ln x+x^2-3$若实数a,b满足$f(a)=0$，$g(b)=0$则（　　）

A．$g(a)<0<f(b)$　　B．$f(b)<0<g(a)$

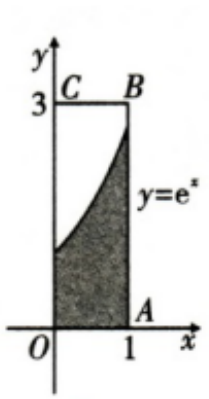
C．$0<g(a)<f(b)$　　D．$f(b)<g(a)<0$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13．已知复数 $z=\dfrac{2+i}{1-i}$，则复数 z 的虚部为_____.

14．如图，在长方形 $OABC$ 内随机撒一颗黄豆，则它落在阴影部分的概率为_____.



15．已知直线 l 与抛物线 $C:y^2=4x$ 相交于 A,B 两点，且 $|AB|=6$，则当 AB 中点的横坐标最小时，直线 l 的斜率为_____.

16．已知函数 $y=f(x)$ 在 R 上的图象是连续不断的一条曲线，并且关于原点对称，其导函数为 $f'(x)$，当 $x>0$ 时，有不等式 $x^2f'(x)>-2xf(x)$ 成立，若对 $\forall x\in R$，不等式 $e^{2x}f(e^x)-a^2x^2f(ax)>0$ 恒成立，则正整数 a 的最大值为_____.

三、解答题(17 题 10 分，18---22 每题 12 分，共 70 分)

17．已知复数 $z=(1+2m)+(3+m)i(m\in \boldsymbol{R})$.

(1)若复数 z 在复平面上所对应的点在第二象限，求 m 的取值范围；

(2)求当 m 为何值时，$|z|$ 最小，并求 $|z|$ 的最小值.

18．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=\dfrac{1}{2}$，$S_n=n^2a_n,(n\geq 2)$

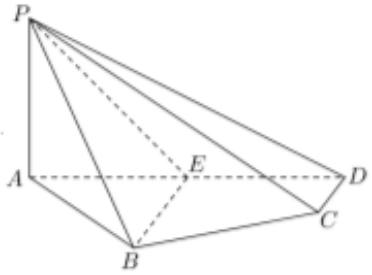
（1）分别计算 a_2,a_3,a_4；

（2）猜想通项公式 a_n，并用数学归纳法证明之.

19．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧棱 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，E 为 AD 的中点，$BE//CD$，$BE\perp AD$，$PA=AE=BE=2$，$CD=1$．

（1）求二面角 $C-PB-E$ 的余弦值；

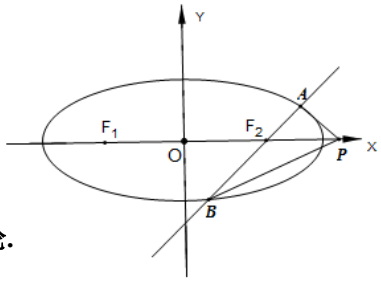
（2）在线段 PE 上是否存在点 M，使得 $DM//$ 平面 PBC？若存在，求出点 M 的位置，若不存在，说明理由．



20．如图,椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，椭圆C上一点 P ,与两焦点构成的三角形的周长为 6,离心率为 $\frac{1}{2}$，

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）过点 F_2 的直线 l 交椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 于 A,B 两点，问在 x 轴上是否存在定点 P ,使得 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值？证明你的结论．



21．已知函数 $f(x)=\frac{1+\ln(x+1)}{x}$．

（1）求函数 $f(x)$ 的图象在点 $x=1$ 处的切线的斜率；

（2）若当 $x>0$ 时，$f(x)>\frac{k}{x+1}$ 恒成立，求正整数 k 的最大值．

22．已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），点 A 的极坐标为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\pi}{4}\right)$，设直线 l 与圆 C 交于点 P、Q 两点．

(1) 写出圆 C 的直角坐标方程；　　(2) 求 $|AP|\cdot|AQ|$ 的值．