铜仁一中高二年级防疫期间“停课不停学”网上第七次周考
数学（文科）试卷

命题人：郑珍 鲁春林

第Ⅰ卷（选择题）

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分)

1．设 i 是虚数单位，若复数 $z=\dfrac{i}{1+i}$，则 z =（　　）

A．$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　B．$1+\dfrac{1}{2}i$　　C．$1-\dfrac{1}{2}i$　　D．$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$

2．为了判断两个分类变量 X 、Y 是否有关系，应用独立性检验的方法算得 K^2 的观察值为 5，则下列说法中正确的是（　　）

A．有 95% 的把握认为“ X 和 Y 有关系”　　B．有 95% 的把握认为“ X 和 Y 没有关系”

C．有 99% 的把握认为“ X 和 Y 有关系”　　D．有 99% 的把握认为“ X 和 Y 没有关系”

3．下列关于概率的说法正确的是（　　）

A．频率就是概率　　B．任何事件的概率都是在(0，1)之间

C．概率是客观存在的，与试验次数无关　　D．概率是随机的，与试验次数有关

4．下列表述正确的是（　　）

①归纳推理是由部分到整体的推理；②归纳推理是由一般到一般的推理；③演绎推理是由一般到特殊的推理；④类比推理是由特殊到一般的推理；⑤类比推理是由特殊到特殊的推理．

A．①②③　　B．②③④　　C．①③⑤　　D．②④⑤；

5．对相关系数 r 来说，下列说法正确的是（　　）．

A．$|r|\le 1$，$|r|$ 越接近 0，相关程度越大；$|r|$ 越接近 1，相关程度越小

B．$|\boldsymbol{r}|\ge \boldsymbol{1}$，$|r|$ 越接近 1，相关程度越大；$|r|$ 越大，相关程度越小

C．$|r|\le 1$，$|r|$ 越接近 1，相关程度越大；$|r|$ 越接近 0，相关程度越小

D．$|\boldsymbol{r}|\ge \boldsymbol{1}$，$|r|$ 越接近 1，相关程度越小；$|r|$ 越大，相关程度越大

6．从数字 0，1，2，3，4 中任取两个不同的数字构成一个两位数，则这个两位数大于 30 的概率为（　）

A．$\dfrac{7}{20}$　　B．$\dfrac{7}{16}$　　C．$\dfrac{13}{20}$　　D．$\dfrac{9}{16}$

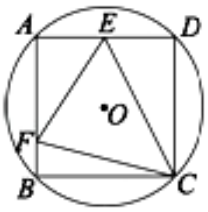
7．某种产品的广告费支出 x（单位：万元）与销售额 y（单位：万元）之间的关系如表：

x	2	4	5	6	8
y	30	40	60	50	70

若已知 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$，那么当广告费支出为 6 万元时，随机误差的效应（残差）为（　　）万元，（残差＝|真实值﹣预测值|）

A．17.5　　B．6.5　　C．24.5　　D．56.5

8．已知正方形 $ABCD$ 内接于圆 O，点 E 是 AD 的中点，点 F 是 BC 边上靠近 B 的四等分点，则往圆 O 内投掷一点，该点落在 $\triangle CEF$ 内的概率为（　　）



A．$\dfrac{1}{2\pi}$　　B．$\dfrac{1}{\pi}$　　C．$\dfrac{7}{8\pi}$　　D．$\dfrac{7}{4\pi}$

9．若复数 $\dfrac{a+3i}{1+2i}$（$a\in R$，i 为虚数单位）是纯虚数，则实数 a 的值为（　　）

A．-6　　B．6　　C．4　　D．3

10．有 5 支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫.从这 5 支彩笔中任取 2 支不同颜色的彩笔，则取出的 2 支彩笔中含有红色彩笔的概率为（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{1}{5}$

11．若 $\frac{2i-1}{z}=1+i$**，则** $\bar{z}=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$　　B．$-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　D．$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

12．若函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+4, x\le 0,\\ -x^{3}-x+5, x>0\end{cases}$**，当** $x\in\left[m,m+1\right]$**时，不等式** $f\left(2m-x\right)<f\left(x+m\right)$**恒成立，则实数** m **的取值范围是(　　)**

A．$\left(-\infty,-4\right)$　　B．$\left(-\infty,-2\right)$　　C．$\left(-2,2\right)$　　D．$\left(-\infty,0\right)$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分)

13．在区间 $\left[20,80\right]$**内任取一个实数** m**，则实数落在区间** $\left[50,75\right]$**的概率为_____.**

14．已知 x**，** y **取值如表：**

x	0	1	3	5	6
y	1	m	$3m$	5.6	7.4

画散点图分析可知： y **与** x **线性相关，且求得回归方程为** $\hat{y}=x+1$**，则** $m=$**_____.**

15．在某班举行的成人典礼上，甲、乙、丙三名同学中的一人获得了礼物.

甲说：“礼物不在我这”；

乙说：“礼物在我这”；

丙说：“礼物不在乙处”.

如果三人中只有一人说的是真的，请问_____(填“甲”、“乙”或“丙”)获得了礼物.

16．若存在 $x\in\left[\frac{1}{e},e\right]$**，使得不等式** $2x\ln x+x^{2}-mx+3\le 0$ **成立，则实数** m **的最小值为_____.**

三、解答题(17 题 10 分，18-22 每题 12 分，共 70 分)

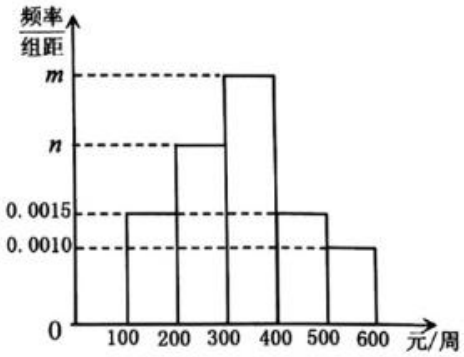
17．已知 $m\in R$，复数 $z=\lg m+(m^{2}-1)i$，当 m 为何值时，

（1）z 为实数；

（2）z 为虚数；

（3）z 为纯虚数.

18．某网购平台为了解某市居民在该平台的消费情况，从该市使用其平台且每周平均消费额超过 100 元的人员中随机抽取了 100 名，并绘制如图所示频率分布直方图，已知中间三组的人数可构成等差数列.



（1）求 m,n 的值；

（2）分析人员对 100 名调查对象的性别进行统计发现，消费金额不低于 300 元的男性有 20 人，低于 300 元的男性有 25 人，根据统计数据完成下列 2×2 列联表，并判断是否有 99% 的把握认为消费金额与性别有关？

（3）分析人员对抽取对象每周的消费金额 y 与年龄 x 进一步分析，发现他们线性相关，得到回归方程 $\hat{y}=-5x+b$.已知 100 名使用者的平均年龄为 38 岁，试判断一名年龄为 25 岁的年轻人每周的平均消费金额为多少.（同一组数据用该区间的中点值代替）

2×2 列联表

	男性	女性	合计
消费金额 ≥ 300			
消费金额 <300			
合计			

临界值表：

$P(K^2\geq k_0)$	**0.050**	**0.010**	**0.001**
k_0	**3.841**	**6.635**	**10.828**

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$

19．随机抽取某中学甲、乙两班各 10 名同学，测量他们的身高（单位：*cm*），获得身高数据的茎叶图如图所示.

甲班					乙班				
			2	18	1				
9	9	1	0	17	1	3	6	8	9
8	8	3	2	16	2	5	8		
			8	15	9				

（1）试比较甲、乙两班分别抽取的这 10 名同学身高的中位数大小；

（2）现从乙班这 10 名同学中随机抽取两名身高不低于 173*cm* 的同学，求身高 176*cm* 的同学被抽到的概率.

20．2019 年 9 月 24 日国家统计局在庆祝中华人民共和国成立 70 周年活动新闻中心举办新闻发布会指出，1952 年～2018 年，我国 GDP 查 679.1 亿元跃升至 90.03 万亿元，实际增长 174 倍；人均 GDP 从 119 元提高到 6.46 万元，实际增长 70 倍.全国各族人民，砥砺奋进，顽强拼搏，实现了经济社会的跨越式发展.如图是全国 2010 年至 2018 年 GDP 总量 y（万亿元）的折线图.



注：年份代码 1～9 分别对应年份 2010～2018.

（1）由折线图看出，可用线性回归模型拟合 y 与年份代码 t 的关系，请用相关系数加以说明；

（2）建立 y 关于 t 的回归方程（系数精确到 0.01），预测 2019 年全国 GDP 的总量.

附注：参考数据： $\sum_{i=1}^{9} y_i = 582.01$，$\bar{y} = 64.67$，$\sum_{i=1}^{9} t_i y_i = 3254.8$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{9}(t_i-\bar{t})^2 \sum_{i=1}^{9}(y_i-\bar{y})^2} = 345.90$.

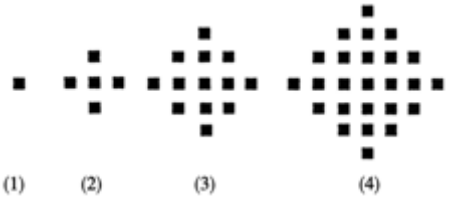
参考公式：相关系数 $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$；

回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ **中斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为** $\hat{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$

21．（1）从 2，3，8，9 中任取两个不同的数字，分别记为 a、b，求 $\log_a b$ 为整数的概率？

（2）两人相约在 7 点到 8 点在某地会面，先到者等候另一个人 20 分钟方可离去．试求这两人能会面的概率？

22．某少数民族的刺绣有着悠久的历史，下图(1)、(2)、(3)、(4)为她们刺绣最简单的四个图案，这些图案都由小正方形构成，小正方形数越多刺绣越漂亮，现按同样的规律刺绣(小正方形的摆放规律相同)，设第 *n* 个图形包含 *f*(*n*)个小正方形.



(1) 求出 $f(2)$，$f(3)$，$f(4)$ **并猜测** $f(n)$ **的表达式；**

(2) 求证： $\dfrac{1}{f(1)} + \dfrac{1}{f(2)-1} + \dfrac{1}{f(3)-1} + \ldots + \dfrac{1}{f(n)-1} < \dfrac{3}{2}$.