绝密★启用前

铜仁一中高一年级防疫期间“停课不停学”网上第六次周考

数学答案

第Ⅰ卷（选择题）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	C	C	B	D	B	A	B	B	A	A

二、填空题：（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）.

13、 2　　14、$\{\log_2 3\}$　　15、$k<-\frac{1}{3}$　　16、66

三、解答题：（本大题 6 个小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）.

17【答案】（1）$-\frac{5}{18}$（2）$-\frac{9+2\sqrt{14}}{5}$

【详解】（1）由$\sin A+\cos A=\frac{2}{3}$①，得$\left(\sin A+\cos A\right)^2=1+2\sin A\cdot\cos A=\frac{4}{9}$，

则$\sin A\cdot\cos A=-\frac{5}{18}$.....5 分

（2）由（1）$\sin A\cdot\cos A=-\frac{5}{18}<0$，知$\sin A>0$，$\cos A<0$，

则$\sin A-\cos A=\sqrt{1-2\sin A\cdot\cos A}=\frac{\sqrt{14}}{3}$②，

联立①②，得$\sin A=\frac{2+\sqrt{14}}{6}$，$\cos A=\frac{2-\sqrt{14}}{6}$，

则$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=-\frac{9+2\sqrt{14}}{5}$.....10 分

18【答案】（1）$\frac{\sqrt{2}}{10}$；（2）$5\sqrt{2}$.

【详解】（1）根据$\angle A=45^\circ$，$c=\frac{1}{5}a$，

由正弦定理可得$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，即$\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\frac{1}{5}a}{\sin C}$，$\sin C=\frac{\sqrt{2}}{10}$；.....6 分

（2）由余弦定理可得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

即 $\dfrac{b^2+\left(\dfrac{1}{5}a\right)^2-a^2}{2b\left(\dfrac{1}{5}a\right)}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $b=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}a$，

三角形 ABC 的面积 $S=4$，可得 $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times a\times\dfrac{4\sqrt{2}}{5}a\times\dfrac{\sqrt{2}}{10}=4$，

解得 $a=5\sqrt{2}$ ..... 12 分

19【答案】（1）证明见解析；（2） $A=\dfrac{\pi}{8}$.

【详解】（1）由 $\sin A\sin B+\sin^2 A=\sin^2 C$ 及正弦定理，得 $ab+a^2=c^2$，即

$c^2-a^2=ab$，

则 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{b^2+ab}{2bc}=\dfrac{b+a}{2c}=\dfrac{\sin B+\sin A}{2\sin C}$，

则 $\dfrac{\sin C}{2\cos A}=\dfrac{\sin^2 C}{\sin B+\sin A}=\dfrac{\dfrac{c^2}{(2R)^2}}{\dfrac{b}{2R}+\dfrac{a}{2R}}=\dfrac{1}{2R}\cdot\dfrac{c^2}{b+a}=\dfrac{1}{2R}\cdot\dfrac{ab+a^2}{b+a}=\dfrac{a}{2R}=\sin A$，

其中 R 为 ΔABC 的外接圆半径，即证得 $\dfrac{\sin C}{2\cos A}=\sin A$；..... 6 分

（2）由题意得 $\dfrac{1}{2}bc\sin A=b^2\sin^2 A$，所以 $\sin A=\dfrac{c}{2b}=\dfrac{\sin C}{2\sin B}$，

又 $\cos A=\dfrac{\sin C}{2\sin A}$，所以 $\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{\sin A}{\sin B}$，所以 $\cos A=\sin B$.

又 B 为钝角，所以 $B=\dfrac{\pi}{2}+A$，又 $A+B+C=\pi$，

所以 $A+\left(\dfrac{\pi}{2}+A\right)+C=\pi$，解得 $C=\dfrac{\pi}{2}-2A$，

所以 $\dfrac{\sin C}{2\cos A}=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2A\right)}{2\cos A}=\dfrac{\cos 2A}{2\cos A}=\sin A$，

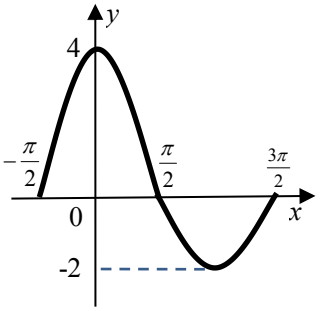
所以 $\cos 2A=\sin 2A$，所以 $\tan 2A=1$.

又 A 为锐角，所以 $2A\in(0,\pi)$，则 $2A=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $A=\dfrac{\pi}{8}$..... 12 分

20.【答案】$(-2,0)\cup(0,4)$

以题意得∵ $f(x)=3\sin(\frac{9\pi}{2}+x)+|\cos x|=3\cos x+|\cos x|$，$-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$，

∴ $f(x)=\begin{cases}4\cos x,\cos x\ge 0\\-2\cos x,\cos x<0\end{cases}$



又∵ $y=\cos x$ 的最大值为 1，最小为 - 1

∴ $f(x)$ 最大值为 4，最小值为 - 2. . . . . 5 分

∴可作出 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$ 上的函数图像

∵ $f(x)=m$ 有两个实数根，

∴ $y=m$ 与 $f(x)=3\sin(\frac{9\pi}{2}+x)+|\cos x|$，（$-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$）有两个交点

∴由图可知 m 的取值范围为 $(-2,0)\cup(0,4)$. . . . . 12 分

21【答案】$a_n=2(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n})$

【详解】正项数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，且满足 $a_n^2-2S_n\cdot a_n+8n=0\ (n\in \mathrm{N}^*)$，

∴ $(S_n-S_{n-1})^2-2S_n\cdot(S_n-S_{n-1})+8n=0$，$n>1$，化简可得 $S_n{}^2-S_{n-1}{}^2=8n$，

则 $S_{n-1}{}^2-S_{n-2}{}^2=8n-8$，…… $S_2{}^2-S_1{}^2=16$，

累加可得 $S_n{}^2-S_1{}^2=4n^2+4n-8$，. . . . . 6 分

令 *n*=1，可得 $S_1{}^2=a_1{}^2=8$，故 $S_n{}^2=4n^2+4n$，∴ $S_n=2\sqrt{n^2+n}$，

∴ $a_n=S_n-S_{n-1}=2\sqrt{n^2+n}-2\sqrt{(n-1)^2+n-1}=2\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}\right)$，$n>1$，

当 *n*=1 时，成立.

所以，$a_n=2(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n})$，$n\in N^*$. . . . . 12 分

22【答案】（1）$a_n=n\cdot 3^n-2$；（2）$S_n=\frac{2n-1}{4}\cdot 3^{n+1}+\frac{3}{4}-2n$.

【详解】解：（1）因为 $\frac{a_n+2}{3^n}-\frac{a_{n-1}+2}{3^{n-1}}=\frac{a_n+2}{3^n}-\frac{3a_n+6}{3^n}=\frac{3^n}{3^n}=1$

所以数列 $\left\{\frac{a_n+2}{3^n}\right\}$ 是公差为 1，首项为 $\frac{a_1+2}{3}=1$ 的等差数列，所以 $\frac{a_n+2}{3^n}=n$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n\cdot 3^n-2$ . . . . . 6 分

（2）令 $T_n=1\times 3^1+2\times 3^2+\cdots\cdots+(n-1)\times 3^{n-1}+n\times 3^n$　①

则　$3T_n =$　$1\times 3^2 + \cdots\cdots + (n-1)\times 3^n + n\times 3^{n+1}$　②

②-①得 $2T_n = n\cdot 3^{n+1} - 3 - \left(3^2 + \cdots\cdots + 3^n\right) = n\cdot 3^{n+1} - \dfrac{3\left(1-3^n\right)}{1-3} = \left(n-\dfrac{1}{2}\right)\cdot 3^{n+1} + \dfrac{3}{2}$

所以 $T_n = \dfrac{2n-1}{4}\cdot 3^{n+1} + \dfrac{3}{4}$

所以 $S_n = T_n - 2n = \dfrac{2n-1}{4}\cdot 3^{n+1} + \dfrac{3}{4} - 2n$ ..... 12 分